L'Actualité économique

Croyances individuelles et coordination sociale

À propos de quelques résultats récents en théorie des jeux non coopératifs

Individual Beliefs and Social Coordination

Hervé Defalvard

Volume 76, numéro 3, septembre 2000

URI : https://id.erudit.org/iderudit/602327ar
DOI : https://doi.org/10.7202/602327ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)
1710-3991 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Defalvard, H. (2000). Croyances individuelles et coordination sociale : à propos de quelques résultats récents en théorie des jeux non coopératifs. *L'Actualité économique*, *76*(3), 341–364. https://doi.org/10.7202/602327ar

Résumé de l'article

La théorie des jeux a profondément renouvelé l'analyse économique de l'équilibre en tant que coordination sociale des choix individuels. Plus particulièrement, un ensemble de travaux a récemment émergé qui explore les conditions cognitives des principaux concepts d'équilibre stratégique. Notre article se propose alors d'éclairer les limites de cette nouvelle approche en théorie des jeux du point de vue de la coordination sociale. Nous préciserons, d'une part, ses limites internes qui concernent soit les conditions cognitives très fortes, soit les obstacles à la coordination en raison d'une incomplétude des modèles. D'autre part, nous dégagerons la limite externe de la théorie des jeux qui est liée à sa manière de poser la question de la coordination sociale comme une question d'information, en laissant de côté la question de la signification des choix et des actions individuels. Le dépassement de cette limite externe nous conduira, à la fin, à envisager d'autres fondements que des fondements cognitifs pour la coordination sociale des actions individuelles, adaptés à un nouveau type de jeux, les jeux à institution.

L'Actualité économique, Revue d'analyse économique, vol. 76, n° 3, septembre 2000

CROYANCES INDIVIDUELLES ET COORDINATION SOCIALE À PROPOS DE QUELQUES RÉSULTATS RÉCENTS EN THÉORIE DES JEUX NON COOPÉRATIFS*

Hervé DEFALVARD
OEP,
Université de Marne-La-Vallée

RÉSUMÉ – La théorie des jeux a profondément renouvelé l'analyse économique de l'équilibre en tant que coordination sociale des choix individuels. Plus particulièrement, un ensemble de travaux a récemment émergé qui explore les conditions cognitives des principaux concepts d'équilibre stratégique. Notre article se propose alors d'éclairer les limites de cette nouvelle approche en théorie des jeux du point de vue de la coordination sociale. Nous préciserons, d'une part, ses limites internes qui concernent soit les conditions cognitives très fortes, soit les obstacles à la coordination en raison d'une incomplétude des modèles. D'autre part, nous dégagerons la limite externe de la théorie des jeux qui est liée à sa manière de poser la question de la coordination sociale comme une question d'information, en laissant de côté la question de la signification des choix et des actions individuels. Le dépassement de cette limite externe nous conduira, à la fin, à envisager d'autres fondements que des fondements cognitifs pour la coordination sociale des actions individuelles, adaptés à un nouveau type de jeux, les jeux à institution.

ABSTRACT – *Individual Beliefs and Social Coordination.* Non cooperative game theory has deeply renewed the equilibrium analysis as social coordination of individual choices in the last twenty years. More particularly, a literature has emerged in recent years that explores cognitive or epistemic conditions for various types of strategic equilibrium. Our paper aims to highlight the limits of this new approach in game theory from social coordination viewpoint. After specificing the internal limits that concern either cognitive conditions extremely strong or difficulties of social coordination because of models incompleteness, the paper studies the external limit of non cooperative game theory as theory of social coordination. The latter is related to the way to pose the problem of social coordination as a question of information only and no as a question of meaning also. Take into consideration this important aspect of social coordination entails to consider the new foundations for social equilibirum, adapted to a new type of games, games with institution.

* Je tiens à remercier pour ses remarques et suggestions B. Walliser. Selon la formule consacrée, je reste seul responsable des éventuelles insuffisances de l'article.

« Certainement, s'il était un esprit d'une science et d'une prescience assez grandes pour connaître le passé et l'avenir comme je connais tel air célèbre, cet esprit nous remplirait d'une extraordinaire admiration et d'une stupeur qui irait jusqu'à l'effroi. Rien en effet ne lui resterait mystérieux dans le passé et l'avenir des siècles, exactement comme lorsque je chante cet air, je sais tout ce que j'ai chanté depuis le commencement et ce qu'il me reste à chanter jusqu'à la fin... »
(Saint Augustin, Confessions, 11.31)

INTRODUCTION

Depuis Adam Smith, la science économique s'occupe de savoir comment, sur les marchés, les plans rationnels des agents se coordonnent, sans le recours à une entité extérieure et régulatrice, c'est-à-dire de manière décentralisée. De ce point de vue, le modèle Arrow-Debreu des marchés (*cf.* Debreu, 1959) apporte un point d'achèvement au programme smithien puisqu'il démontre rigoureusement l'existence d'une compatibilité entre les plans rationnels des agents pour au moins un vecteur de prix donnés. Toutefois, la dernière étape de ce cheminement intellectuel se révèle assez décevante pour plusieurs raisons analysées par Hahn (1986). L'une d'elles est liée au comportement paramétrique des agents qui, considérant les prix de marché comme des données, prennent leur décision sans considérer les décisions des autres, de manière isolée. Un tel comportement n'est en fait légitime théoriquement que si le nombre d'agents est infini[1].

Aussi, un nouveau programme de recherche a-t-il peu à peu émergé avec pour objet l'étude de la coordination sociale entre un nombre limité d'agents et pour instrument privilégié la théorie des jeux non coopératifs. Dans une première section, nous rappellerons que l'incertitude stratégique, qui caractérise les contextes avec interactions stratégiques, impose d'introduire au fondement de l'équilibre les croyances individuelles. Mais ce n'est que récemment, grâce à l'approche cognitive en théorie des jeux, que le rôle exact des croyances individuelles dans la formation de l'équilibre a pu être éclairci. Dans une deuxième section, nous indiquerons que le concept d'équilibre de Nash (en stratégies pures) est dans cette perspective un concept fort décevant car il édulcore la question même des croyances individuelles. À l'inverse, le concept d'équilibre en conjectures, qui est une

1. Ainsi, dans le cadre de la théorie classique des jeux, le comportement paramétrique des agents est consistant avec une économie de grand nombre. Dans le cadre des jeux coopératifs, le théorème de Debreu et Scarf (1963) montre que les allocations du noyau tendent à se rétrécir aux seules allocations walrasiennes lorsque le nombre d'agents tend vers l'infini. De même, dans le cadre des jeux non coopératifs, on a montré dans le cas du duopole, par exemple, que la solution oligopolistique tend vers la solution concurrentielle quand le nombre d'oligopoleurs tend vers l'infini (*cf.* Codognato et Gabszewicz, 1991). Toutefois, dans le cadre de la théorie des jeux évolutionnistes, le comportement paramétrique n'est plus justifié en référence au grand nombre d'agents puisqu'on montre que, dès le cas de deux firmes, le comportement walrasien est le seul qui est évolutionnairement stable (*cf.* Schaffer, 1989 ou Vega-Redondo, 1997).

refondation de l'équilibre de Nash en stratégies mixtes[2], constitue de ce point de vue un véritable apport. Ce concept d'équilibre, que nous présenterons dans une troisième section, intègre en effet les croyances individuelles dont le rôle est alors précisément établi grâce à la formalisation des systèmes interactifs de croyance. Toutefois, si l'approche cognitive en théorie des jeux non coopératifs a le mérite d'avoir considéré les croyances individuelles dans la formation de la coordination sociale, le résultat auquel elle conduit révèle les limites de cette approche. Dans une quatrième section, nous reviendrons sur ce résultat qui montre que le fondement de l'équilibre repose sur des conditions cognitives extrêmement fortes. C'est pourquoi, dans une cinquième et dernière section, nous suggérerons une autre voie d'étude selon laquelle le problème que soulève la coordination sociale des choix individuels n'est pas tant un problème d'information sur le choix des autres, mais d'abord un problème de signification des actions de chacun.

1. Les croyances individuelles au fondement de la coordination sociale

Tant que l'individu est isolé face à la nature ou face au marché anonyme, son comportement s'appuie sur une rationalité où n'entrent pas en jeu les décisions des autres et où il n'est question que de cohérence de ses préférences. Différemment, dans une situation d'interactions stratégiques, l'individu est conduit à développer un autre comportement en raison de l'incertitude stratégique à laquelle il fait face, puisque les décisions des autres à la fois lui importent et lui sont imparfaitement connues. Son comportement s'appuie alors sur les croyances qu'il forme quant aux décisions des autres, sur ses croyances quant aux croyances des autres sur ses propres choix, et ainsi de suite. Dans de tels contextes, être rationnel signifie pour l'individu « maximiser ses gains étant donné ses croyances » (*cf.* Aumann et Brandenburger, 1995 : 1 161, n° 2). Ce lien essentiel entre rationalité et croyances, au fondement de la coordination sociale, est pourtant, au sein même de la théorie des jeux, longtemps resté dans l'ombre.

Ce n'est donc que relativement récemment, au regard de la définition du concept d'équilibre de base en théorie des jeux qui remonte, avec l'équilibre de Nash, à Nash (1951), que la théorie des jeux a donné lieu à une étude approfondie et rigoureuse des conditions relatives à la connaissance des agents à l'équilibre. C'est là tout l'apport de l'approche cognitive en théorie des jeux ou encore « théorie

---

2. L'équilibre en conjectures auquel nous nous intéresserons ici appartient à la famille des équilibres bayésiens de la théorie des jeux, qui font intervenir dans leur définition les croyances des agents relatives aux autres agents. Un tel concept d'équilibre n'est pas nouveau. On peut citer dans la tradition du modèle Arrow-Debreu, les recherches de Hahn (1977) sur les équilibres conjecturaux où les conjectures des agents sont « *their beliefs of the relation there might be between their ration and their announced price* » (p. 212). Ou encore, dans la tradition du duopole de Cournot, le modèle conjectural développé par Laitner (1980) exhibant plusieurs types d'équilibres conjecturaux selon les *conjectural variation functions* retenues pour les firmes. Ce qui par contre est nouveau, c'est l'étude au moyen des systèmes interactifs de croyance des conditions cognitives d'un équilibre fondé sur les conjectures ou croyances des agents.

de la décision interactive » (Brandenburger, 1992) qui réunifie la théorie des jeux et la théorie de la décision dans l'objectif de déterminer les conditions cognitives suffisantes des équilibres non coopératifs. Dans cette optique, un jeu non coopératif est donné par la liste suivante des problèmes de décision individuelle[3] : $\{(X_i, U_i); i = 1, ..., n\}$, avec :

- l'ensemble des joueurs $N = \{1, ..., n\}$
- X_i, l'ensemble d'actions ou de stratégies possibles du joueur i
- U_i, le critère de paiement qui représente les préférences du joueur i et qui à chaque issue du jeu $x = (x_i, x_{-i}) \in X$ associe l'utilité qui en résulte pour le joueur i s'il sélectionne x_i. L'écriture retenue ici pour l'issue du jeu, qui est un n-uplet d'actions individuelles, adopte le point de vue de joueur i sur l'issue où x_{-i} représente le choix des autres avec $X = X_i \times X_{-i}$.

Parce que chaque joueur ne peut conditionner son plan d'actions sur les plans d'actions des autres, en raison de l'impossibilité de passer entre eux des contrats contraignants, chaque joueur doit décider de sa stratégie propre dans l'incertitude au sujet des actions retenues par les autres et dont son paiement pourtant dépend. C'est cette ignorance ou cette incertitude stratégique dans laquelle l'individu est placé qui le conduit, dans une perspective bayésienne, à choisir sa meilleure stratégie relativement aux probabilités subjectives qu'il attribue aux choix des autres en se mettant à leur place. Et si cet acte mental, qui revient à se mettre imaginairement à la place des autres, que Dupuy (1989 : 366) appelle « spécularité » et dont Adam Smith proposa une analyse dans sa *Théorie des sentiments moraux*, fut longtemps laissé dans l'ombre par la théorie des jeux, c'est que sa pleine considération supposait que « *the crucial notion of common knowledge was in place* » (Brandenburger, *op. cit.* : 87).

Au total, l'approche cognitive en théorie des jeux réécrit la question de la coordination sociale des choix et des actions de telle sorte que les conditions cognitives ou épistémiques de la coordination sociale soient mises en lumière. Ces conditions concernent ce que, à l'équilibre, « *the players know and believe about the game, and about each other's rationality, actions, knowledge, and beliefs* » (Aumann et Brandenburger, *op. cit.* : 1 161). Elles prendront un contenu moins formel dans le reste de l'article. Le premier résultat de cette nouvelle perpective en théorie des jeux est alors de révéler la faiblesse du concept traditionnel d'équilibre de Nash en stratégies pures.

3. Le jeu non coopératif donné par cette liste de problème de décisions suppose implicitement que toutes les décisions dans le modèle peuvent être télescopées en un point du temps de sorte qu'elles puissent être considérées comme simultanées (on parle alors d'un jeu sous forme normale ou stratégique).

2. L'ÉQUILIBRE DE NASH : UN MODÈLE INCOMPLET DE LA COORDINATION SOCIALE

Afin de développer notre argumentation, nous nous référerons au jeu de la chasse au cerf dont on sait qu'il servit initialement les analyses de Rousseau sur l'état de nature (1755). Trois chasseurs, notés 1, 2, 3, pratiquant ensemble la chasse au cerf ont chacun, à un moment donné, deux actions possibles, notées C et L : soit continuer de chasser le cerf avec les autres en restant fidèle à son poste, soit quitter son poste pour attraper le lièvre qui passe près de lui, ce qui a pour conséquence de faire échouer la chasse au cerf. La figure 1 ci-dessous représente la matrice des gains associés à chacune des huit issues du jeu avec la convention suivante : le premier nombre dans la parenthèse indique le gain du chasseur 1, le second celui du chasseur 2, le troisième celui du chasseur 3.

FIGURE 1

LE JEU DE LA CHASSE AU CERF

	$C2$	$L2$	$C2$	$L2$
	$C3$	$C3$	$L3$	$L3$
$C1$	(3, 3, 3)	(0, 2, 0)	(0, 0, 2)	(0, 2, 2)
	$C3$	$C3$	$L3$	$L3$
$L1$	(2, 0, 0)	(2, 2, 0)	(2, 0, 2)	(2, 2, 2)

Proposons dans un premier temps de résoudre le problème de coordination sociale posé par cette situation en utilisant le concept d'équilibre de Nash en stratégies pures. De manière formelle et générale, un équilibre de Nash est une issue $x \in X$ du jeu telle que la stratégie x_i de chaque joueur $i = 1, ..., n$ est une meilleure réponse aux stratégies d'équilibre des autres, de sorte que :

$$\forall\, i = 1, ..., n, \forall\, x_{-i} \in X_{-i}, \forall\, y_i \in X_i, U_i(y_i, x_{-i}) \leq U_i(x_i, x_{-i}).$$

Autrement dit, les équilibres de Nash d'un jeu désignent les issues qui sont telles que, pour chacune d'elles, la stratégie de chaque joueur est sa meilleure réponse aux stratégies des autres. Deux issues du jeu de la chasse au cerf constituent chacune un équilibre de Nash : les issues ($C1$, $C2$, $C3$) et ($L1$, $L2$, $L3$). La première issue figure une coordination du jeu où, chacun continuant à chasser le cerf, chacun obtient un gain maximal, issu du partage du cerf. La seconde issue représente une coordination sociale où, chacun faisant défaut, chacun obtient toutefois un lièvre. Ainsi modélisée, l'interaction sociale pose un problème que l'on qualifiera de conflit de coordination. Celui-ci correspond à une situation dans laquelle il existe plusieurs équilibres de Nash dont un seul est Pareto-optimal. Il se distingue du conflit de coopération qui correspond à une situation où l'équilibre de Nash du jeu est Pareto-dominé comme dans le cas célèbre du dilemme des prisonniers[4]. Pour aller plus loin dans l'analyse de la coordination sociale sur la base du modèle nashien, nous allons maintenant nous référer à l'approche cognitive de la théorie des jeux.

Cette approche, en effet, a établi formellement les conditions cognitives suffisantes pour que les stratégies jouées par les joueurs constituent un équilibre de Nash. Nous en donnons simplement une présentation littéraire qui fait l'objet de la proposition 1 ci-dessous, renvoyant pour la démonstration formelle à Aumann et Brandenburger (1995) :

Proposition 1 *Si chaque joueur est rationnel et si les choix stratégiques des joueurs sont connaissance mutuelle, alors les choix constituent un équilibre de Nash en stratégies pures.*

Rappelons qu'un fait est connaissance mutuelle lorsque chacun le connaît, ce qui est donc très différent de la connaissance commune d'un fait qui suppose que chacun connaît le fait, que chacun sait que chacun le connaît et ainsi de suite à l'infini. Dans ces conditions, il est assez intuitif que si chaque joueur connaît le choix des autres joueurs, la rationalité de chaque joueur le conduira à choisir sa meilleure stratégie contre le choix des autres, ce qui est exactement la définition de l'équilibre de Nash. Avant d'indiquer les raisons de la faiblesse d'une explication de la coordination sociale reposant sur le concept d'équilibre de Nash en stratégies pures, il convient de s'arrêter un instant sur ce premier résultat.

Contrairement à un certain « folklore » à propos de l'équilibre de Nash, ce résultat montre que l'équilibre de Nash ne suppose pas une hypothèse de connaissance commune. Il est courant en effet de justifier l'équilibre de Nash sur la base de la hiérarchie croisée et sans fin des anticipations des joueurs, comme semblent encore le penser Rullière et Walliser (1995 : 606) lorsqu'ils écrivent que « le concept d'équilibre de Nash est plus fort que l'équilibre rationalisable[5] puisqu'il faut introduire une hypothèse drastique en sus des précédentes », parmi lesquelles ils comptent celle de la connaissance commune de la rationalité des joueurs[6]. La démonstration de la proposition 1 permet d'établir que cette relation entre équilibre de Nash et connaissance commune est illusoire, ce qui est d'autant plus surprenant qu'elle est nécessaire pour l'équilibre en stratégies itérativement non

4. La même distinction se retrouve chez Walliser (1997 : 3).

5. L'hypothèse de stratégies *rationalisables* diffère de l'hypothèse de stratégies itérativement non dominées en ce qu'elle suppose, en plus, l'indépendance des joueurs puisqu'elles requièrent que la connaissance commune de la distribution de probabilité de chaque joueur sur les choix des autres joueurs ne contienne aucune dépendance entre ces choix. Il est assez évident que ces deux types de stratégies se confondent dans le cas des jeux à deux joueurs.

6. Auman et Brandenburger (*op. cit.* : 1 162, n. 10) cite une liste impressionnante de théoriciens des jeux parmi les plus célèbres qui ont entretenu ce « folklore » autour d'un lien entre équilibre de Nash et connaissance commune.

dominées ou en stratégies rationalisables. Toutefois, des fondations cognitives plus élaborées feront de nouveau, mais de manière plus subtile, resurgir un lien entre équilibre de Nash et connaissance commune comme nous le verrons plus bas. Auparavant, interrogeons nous sur les faiblesses de l'équilibre de Nash en tant que modèle de la coordination sociale en revenant à la solution proposée pour le jeu de la chasse au cerf.

Dans le jeu ci-dessus, la référence à l'équilibre de Nash ne permet pas de déterminer la solution du jeu, en raison de la multiplicité de l'équilibre de Nash. L'équilibre de Nash offre ainsi un modèle incomplet de la coordination sociale et cette incomplétude est directement liée au fondement cognitif sur lequel il s'appuie. En effet, pour que l'issue ($C1$, $C2$, $C3$) puisse s'imposer comme le seul équilibre du jeu, il est nécessaire d'ajouter, à l'équilibre de Nash, un dispositif qui précise que la connaissance mutuelle, à l'équilibre ($C1$, $C2$, $C3$) mais aussi en dehors de cet équilibre, est la connaissance du fait que chaque joueur jouera C. Dans cette optique, deux dispositifs ont d'ailleurs été imaginés pour compléter le modèle nashien élémentaire de la coordination sociale. L'un est celui d'une coordination *a priori* des joueurs sur un équilibre de Nash, l'autre est celui d'un « régulateur nashien » (*cf.* Rullière et Walliser, *op. cit.* : 605). Toutefois, aucun de ces deux dispositifs n'est satisfaisant. Le premier, en supposant une période de communication préliminaire, ne fait que déplacer le problème vers l'amont sans le résoudre; le second, en supposant l'existence d'un méta-joueur, déplace cette fois le problème vers le haut sans le résoudre non plus. La faiblesse du concept d'équilibre de Nash en tant que modèle de la coordination sociale est finalement de même ordre que celle du modèle walrasien, ainsi que le remarque Moulin (1981 : 59) : dans la mesure où chaque joueur i considérant les stratégies x_{-i} employées par les autres joueurs comme données, il en résulte que « les joueurs ont un comportement semblable à celui des agents économiques dans l'hypothèse de concurrence parfaite ». Ils partagent la même faiblesse qui est de ne pas intégrer le rôle des croyances au fondement de la coordination sociale.

Le concept d'équilibre de Nash doit ainsi sa faiblesse à sa nature même qui est de seulement satisfaire les conditions minimales auxquelles doivent répondre les états stationnaires du processus mental mis en œuvre par des agents intelligents. Cela lui évite d'avoir à se référer au processus cognitif grâce auquel s'établit la convergence qui mène à l'un de ces états stationnaires. En d'autres termes, l'équilibre de Nash en stratégies pures revient à suspendre l'incertitude stratégique elle-même. C'est pour cette raison qu'il n'a plus besoin comme condition cognitive, de l'hypothèse de connaissance commune. Ce défi théorique que soulève l'incertitude stratégique du fait qu'elle oblige à intégrer les croyances individuelles au fondement de la coordination sociale, le concept d'équilibre en conjectures va permettre de le relever.

3. L'ÉQUILIBRE EN CONJECTURES ET LES SYSTÈMES DE CROYANCE

3.1 *L'équilibre en stratégies mixtes*

L'équilibre en conjectures est une *refondation* de l'équilibre de Nash en stratégies mixtes qui fut introduit dans la littérature pour pallier l'inexistence de l'équilibre de Nash en stratégies pures rencontrée dans certains jeux comme c'est le cas du jeu représenté par la figure 2 :

FIGURE 2

UN JEU EN STRATÉGIES MIXTES

		Joueur 2		
		x_{2a}	x_{2b}	
Joueur 1	x_{1a}	2, 0	0, 1	m_{1a}
	x_{1b}	0, 1	1,0	m_{1b}
		m_{2a}	m_{2b}	

Ce jeu ne comporte aucun équilibre de Nash en stratégies pures. Cette difficulté bien connue des théoriciens des jeux a reçu depuis longtemps une solution avec la reformulation du jeu en stratégies mixtes[7]. Voyons rapidement cette reformulation afin de pouvoir passer à la *refondation* des stratégies mixtes en conjectures.

Dans un jeu en stratégies mixtes, les joueurs ne jouent plus directement leurs stratégies mais recourent à un mécanisme aléatoire pour sélectionner en privé leur action. Jouant en stratégie mixte, le joueur 1 du jeu décrit par la figure 2 joue ainsi chacune de ses deux stratégies, notées x_{1a} et x_{1b}, selon une certaine probabilité : m_{1a} pour la stratégie x_{1a} et m_{1b} pour la stratégie x_{1b}, avec $m_{1b} = 1 - m_{1a}$. On appelle $m_1 = (m_{1a}, m_{1b})$, une stratégie mixte du joueur 1. L'univers du jeu devient alors un univers risqué, de telle sorte que ce sont les espérances mathématiques des gains qui vont compter, soit pour le joueur 1 dans notre jeu à deux joueurs :

7. Il s'agit du théorème, généralisé par Nash (1951) après sa démonstration par Von Neuman et Morgenstern (1944) dans le cas des jeux à somme nulle, qui énonce l'existence pour tout jeu fini d'un équilibre en stratégies mixtes. Ce dernier a toutefois l'inélégance de n'être qu'un équilibre de Nash au sens faible, c'est-à-dire pour lequel le changement unilatéral de stratégies n'augmente pas les gains mais ne les diminue pas non plus.

$$U_1(m_1, m_2) = \sum_{(x_1, x_2)} U_1(x_1, x_2)\, m_1(x_1) \,.\, m_2(x_2)$$

Dans un tel contexte, on définit alors l'équilibre en stratégies mixtes comme une paire (m_1, m_2) de stratégies mixtes qui satisfait la propriété d'être un équilibre de Nash sur la base des paiements associés aux stratégies mixtes, soit :

$$\forall\, m_1', U_1(m_1', m_2) \leq U_1(m_1, m_2) \quad \text{et} \quad \forall\, m_2', U_2(m_1, m_2') \leq U_2(m_1, m_2).$$

Reprenons l'exemple du jeu décrit par la figure 2. Ce jeu, pour lequel n'existe pas d'équilibre de Nash en stratégies pures, comprend lorsqu'il est joué en stratégies mixtes un seul équilibre de Nash en stratégies mixtes. Ce dernier correspond à la paire de stratégies mixtes (m_1^*, m_2^*) avec $m_1^* = (1/2, 1/2)$ et $m_2^* = (1/3, 2/3)$ pour lesquelles chaque joueur maximise son paiement espéré étant donné la stratégie mixte de l'autre.

Néanmoins, outre le fait que tout équilibre de Nash en stratégies mixtes est un équilibre au sens faible, cette notion en dépit de son avantage du point de vue mathématique, a peu attiré les économistes du fait qu'elle impose de supposer que les joueurs décident aléatoirement de leur action. Car, comme le souligne Rubinstein (1991 : 913), « *We prefer to be able to point to a reason for each action we take. Outside of Las Vegas we do not spin roulettes* ». La théorie de la décision interactive propose alors une *refondation* de cette notion en interprétant les stratégies mixtes comme des conjectures.

3.2 *L'équilibre en conjectures*

Cette nouvelle perspective, en définissant la conjecture d'un joueur comme la croyance de ce joueur quant aux choix des autres joueurs, aborde l'équilibre en stratégies mixtes comme un équilibre en conjectures[8]. Chaque joueur cesse donc de conditionner son comportement à une loterie et choisit de nouveau une stratégie pure, que désormais les autres joueurs ont besoin de connaître dans la mesure où les choix ne sont plus connaissance mutuelle. Ainsi, plutôt que de voir la stratégie mixte de chaque joueur comme une distribution de probabilités consciente de ce joueur, elle est interprétée comme la conjecture commune à tous les autres joueurs quant aux choix de ce joueur. Dans ces conditions, les croyances du joueur i relativement aux choix des autres joueurs dans X_{-i} sont alors identifiées au produit :

---

8. Cette interprétation de l'équilibre en stratégies mixtes a été initiée par Harsanyi (1973) puis développée par de nombreux auteurs dont Aumann (1987), Tan et Werlang (1988) et Brandenburger et Dekel (1987, 1991). Comme nous l'avons déjà mentionné (note 2), l'équilibre en conjectures appartient à la classe des équilibres bayésiens en théorie des jeux dont la définition, en réponse à l'incertitude stratégique, suppose de se référer aux croyances des joueurs. Dès lors, la théorie des jeux est amenée à faire des hypothèses sur les croyances que l'approche en termes de système de croyances permet de révéler et que la référence aux équilibres en conjectures est une manière d'illustrer.

$$p_i = \bigotimes_{j \neq i} m_j \text{ des stratégies mixtes correspondantes}$$

où la stratégie mixte m_j est la conjecture commune à tous les autres joueurs que j quant à ce qu'est le choix du joueur j dans X_j.

Ce faisant, on interprétera l'équilibre en stratégies mixtes du jeu décrit dans la figure 2 comme un équilibre en conjectures dans lequel le joueur 1 attribue une probabilité 1/3 au joueur 2 de choisir A et une probabilité 2/3 au joueur 2 de choisir B, et le joueur 2 attribue une probabilité 1/2 au joueur 1 de choisir A et une probabilité 1/2 au joueur 1 de choisir B[9]. Cet exemple laisse en fait percevoir que l'interprétation en termes de conjectures nécessitera des hypothèses cognitives différentes lorsque la décision interactive concerne seulement deux joueurs ou plus de deux joueurs. En effet, dans le cas à deux joueurs, la conjoncture commune m_j sur les choix du joueur j est celle d'un seul autre joueur et porte donc assez mal son nom. Afin d'établir rigoureusement les conditions cognitives suffisantes pour fonder un équilibre en conjectures, comme d'ailleurs pour tout concept d'équilibre en théorie des jeux, la théorie de la décision interactive a alors recours à une modélisation singulière des croyances à travers ce qu'elle appelle un système interactif de croyance[10] ou, plus simplement, un système de croyance (*system of belief*).

3.3 *Les systèmes de croyance*

Un système de croyance est une description formelle des choix des joueurs, ainsi que de leurs conjectures à l'égard du choix des autres, de leur croyance au sujet des conjectures des autres et ainsi de suite de telle sorte que « *the whole infinite hierarchy of beliefs about beliefs about beliefs...about the relevant variables is thus encoded in the belief system* » (Aumann et Brandenburger, 1995 : 1 165). À partir de la forme normale d'un jeu non coopératif[11], un système interactif de croyance pour cette forme normale est défini par :

(1) pour chaque joueur i, un ensemble S_i (les types de i),

et pour chaque type s_i de i,

(2) une distribution de probabilité sur l'ensemble S_{-i} des $(n-1)$-tuples des types des autres joueurs (appelée la « théorie » du type s_i de i par Bernheim, 1986),

9. Plus généralement, un équilibre en stratégies mixtes $(m_1, ..., m_n)$ est tel que pour tout $i \in N$, tout $x_i \in X_i$ et $x_i' \in X_i$, si $m_i(x_i) \geq 0$ et $m_i(x_i') \geq 0$, on a

$$\sum_x U_i(x_i', x_{-i}) \bigotimes_{j \neq i} m_j(x_j) \leq \sum_x U_i(x_i, x_{-i}) \bigotimes_{j \neq i} m_j(x_j), \text{ avec une égalité si } m_i(x_{i'}) > 0.$$

10. Ce modèle a été introduit au départ par Mertens et Zamir (1985).

11. Voir ci-dessus, p. 3.

(3) une action x_i de i (l'action du type s_i) et

(4) une fonction $g_i : X \to R$ (fonction de paiement du type s_i)

Afin d'illustrer l'appareillage formel que constitue le système de croyance, nous reprendrons l'un des exemples donné par Aumann et Brandenburger (*op. cit.*) et reproduit par les figures 3 et 4 :

FIGURE 3

LA FORME NORMALE DU JEU

	c	*d*
C	(2, 2)	(0, 0)
D	(0, 0)	(0, 0)

FIGURE 4

LES THÉORIES DES JOUEURS DU JEU

	*c*1	*d*1	*d*2
*C*1	1/2, 1/2	1/2, 1/2	0, 0
*D*1	1/2, 1/2	0, 0	1/2, 1/2
*D*2	0, 0	1/2, 1/2	1/2, 1/2

Les théories de chaque type des joueurs 1 et 2 sont décrites par la figure 4. Nous avons pour le joueur 1 (ou joueur ligne), *C*1 qui dénote un type de ce joueur dont l'action est *C* alors que *D*1 et *D*2 dénotent deux types différents de ce même joueur dont les actions sont *D*. Nous avons la même chose pour le joueur 2 (ou joueur colonne). Chacun des neuf rectangles de la figure 4 dénote alors un état du monde, plus précisément une paire de types. Le premier nombre dans chaque rectangle indique la probabilité que le type correspondant du joueur 1 attribue à cet état. Ainsi le type *D*2 du joueur 1 attribue une probabilité 0 à l'état (*D*2, *c*1), 1/2 à l'état (*D*2, *d*1) et 1/2 à l'état (*D*2, *d*2). Le second nombre de chaque rectangle indique la probabilité que le type correspondant du joueur 2 attribue à cet état. Ainsi, en l'état du monde (*D*2, *d*2), le joueur 2 sait que le joueur 1 choisira l'action *D*, de même qu'en cet état, le joueur 1 sait que le joueur 2 choisira l'action *d*. Puisque *D* et *d* sont chacune une stratégie optimale contre l'autre, alors les deux joueurs sont rationnels en (*D*2, *d*2) et (*D, d*) est un équilibre de Nash. Nous avons ici l'illustration de la proposition 1, puisqu'en (*D*2, *d*2), il y a connaissance mutuelle des actions *d* et *D*, les joueurs sont rationnels et les actions (stratégies) ne sont pas connaissance commune. En effet, si le joueur 1 sait que le joueur 2 choisira *d*, le joueur 2 ne sait pas que le joueur 1 sait qu'il choisira *d*. Le joueur 2 en fait attribue une probabilité 1/2 à l'attribution par le joueur 1 d'une probabilité 1/2 au joueur 2 de jouer *c*. De même, si les joueurs sont rationnels en ($D2$, $d2$), la rationalité des joueurs n'est même pas ici connaissance mutuelle. Ainsi, le type $d1$ du joueur 2 choisit *d* avec un paiement espéré de 0, plutôt que *c* dont le paiement espéré est de 1. Ce type du joueur 2 est donc irrationnel et le joueur 1 attribue une probabilité 1/2 au joueur 2 d'être de ce type. Enfin, on doit remarquer que les théories des types de chaque joueur sont ici compatibles avec une distribution *a priori* sur les états du monde qui assigne une probabilité de 1/6 aux six rectangles ne contenant pas de 0 et une probabilité nulle aux trois autres.

Cette illustration permet de prévenir un malentendu. Un système de croyance reflète un point de vue descriptif en théorie des jeux qui autorise de parler rigoureusement, pour un état donné du monde, des croyances. Il ne prédit donc pas les stratégies des joueurs, ni n'explique les raisons de leur choix. D'autre part, contrairement à la perspective de Savage (1954), les états du monde définis par un système de croyance comprennent les actions dans la mesure où chacun, dans une perspective de décision interactive, doit tenir compte des actions des autres. Enfin, le système de croyance réalise le tour de force d'intégrer les croyances individuelles de telle sorte que toute ignorance de la part des joueurs est au préalable décrite[12]. Comme dans le cas du chanteur dont nous parle dans l'exergue à cet article Saint Augustin, le système de croyance est transparent aux joueurs.

L'apport remarquable du formalisme des systèmes de croyance est qu'il autorise d'établir de manière rigoureuse les conditions cognitives suffisantes des différents concepts d'équilibre utilisés par la théorie des jeux non coopératifs. Ainsi, nous allons pouvoir indiquer que les conditions cognitives au fondement d'un équilibre en conjectures révèlent les limites de ce concept en tant que modèle de la coordination sociale.

4. Les limites de l'équilibre en conjectures comme modèle de la coordination sociale

Comme nous l'avons suggéré plus haut, les conditions cognitives de l'équilibre en conjectures ne sont pas les mêmes dans le cas des jeux à deux joueurs et dans le cas des jeux à plus de deux joueurs pour la raison simple que, dans le premier cas, la conjecture commune n'étant celle que d'un seul joueur, les conditions cognitives de son unicité sont triviales. Dans ce cas particulier, le formalisme du système interactif de croyance permet alors de démontrer la proposition 2 suivante :

12. Un tel résultat est obtenu grâce à la formalisation proposée par Mertens et Zamir (*op. cit.*) dont le rôle pour l'étude de ces questions a été fondamental.

Proposition 2[13] *Dans le cas des jeux à deux joueurs, si la structure du jeu, la rationalité des joueurs et leurs conjectures sont connaissance mutuelle, alors les conjectures constituent un équilibre de Nash en stratégies mixtes.*

L'argument qui sert à la démonstration de la proposition 2 a été donné par Tan et Werlang (*op. cit.*) et correspond au raisonnement suivant. Puisque les conjectures sont connaissance mutuelle, le joueur 1 sait alors que m_1 est la conjecture du joueur 2 à son égard et le joueur 2 sait que m_2 est la conjecture du joueur 1 à son égard. Comme, de plus, le joueur 1 sait que le joueur 2 est rationnel et qu'il connaît aussi sa fonction de paiement, alors toute stratégie du joueur 2 à laquelle il assigne une probabilité positive (soit $x_2 \in X_2$ telle que $m_2(x_2) > 0$) doit garantir au joueur 2 le paiement espéré maximum étant donné la conjoncture m_1 que le joueur 1 sait que le joueur 2 formule à son égard. De même, toute stratégie du joueur 1 à laquelle le joueur 2 assigne une probabilité positive (soit $x_1 \in X_1$ telle que $m_1(x_1) > 0$) doit garantir au joueur 1 le paiement espéré maximum étant donné la conjoncture m_2 que le joueur 2 sait que le joueur 1 formule à son égard. Ces comportements, qui découlent des conditions cognitives posées par la proposition 2, permettent d'établir que le couple de conjectures (m_1, m_2) satisfait la condition qui caractérise l'équilibre de Nash en stratégies mixtes[14]. Toutefois, les conditions cognitives de la proposition 2 deviennent insuffisantes dans le cas des jeux à plus de deux joueurs. Si la condition de connaissance mutuelle des conjectures est insuffisante dès le cas des jeux à trois joueurs, c'est qu'elle ne permet pas d'assurer que les conjectures de deux des joueurs à l'égard du troisième coïncident. Et dans les cas de non-coïncidence, il n'est plus alors possible de faire émerger un profil de stratégies mixtes bien défini. Dans le cas des jeux à plus de deux joueurs, ou cas général, les conditions suffisantes pour que le profil des conjectures des joueurs constituent un équilibre sont alors énoncées par la proposition 3 suivante :

Proposition 3 *Si, en vertu de « la doctrine de Harsanyi »*[15]*, il existe un* a priori *commun sur l'ensemble des états du monde, si de plus en cet état, la structure du jeu et la rationalité des joueurs sont connaissance mutuelle et que les conjectures des joueurs en cet état sont connaissance commune, alors pour chaque joueur, tous les autres joueurs font la même conjecture au sujet de ce joueur, et le profil de conjectures qui en résulte constitue un équilibre de Nash en stratégies mixtes.*

Dans le cas général, celui des jeux à plus de deux joueurs, la théorie de la décision interactive redonne toute sa place à la condition de connaissance commune en tant que fondement cognitif de l'équilibre de Nash. Toute sa place, dans la mesure où on montre que si la condition de connaissance commune des

13. La démonstration complète de cette proposition se trouve dans Aumann et Brandenburger (1995).

14. Voir la note 9 ci-dessus.

15. Harsanyi (1967-1968).

conjectures est remplacée par la condition de connaissance des conjectures d'un ordre fini, alors la proposition 3 n'est plus vraie. Toutefois, il ne s'agit plus d'une condition sur la rationalité des agents mais sur leurs croyances. Il est même possible d'aller plus loin en montrant que si, pour un état du jeu, la structure du jeu et les conjectures des agents sont connaissance commune, alors si la rationalité est connaissance mutuelle, elle est aussi connaissance commune.

L'approche cognitive, parce qu'elle autorise d'établir rigoureusement les fondements cognitifs (suffisants) des concepts d'équilibre utilisés par la théorie des jeux pour répondre à la question de la coordination sociale, est donc d'un apport tout à fait remarquable. Elle n'est d'ailleurs qu'à son début et on peut attendre légitimement que des raffinements lui soient apportés. Ainsi, l'examen par Stuart (1997) d'une nouvelle condition, *the mutual absolute continuity assumption*, qui implique que lorsqu'un joueur croit un événement possible, alors tous les autres le croient possible, en offre une première illustration[16]. Toutefois, c'est moins sur ses raffinements possibles que nous proposons de nous pencher maintenant que sur les limites qui ressortent du résultat établi par la proposition 3. Ces limites sont liées au contenu des conditions cognitives de la coordination sociale lorsque celle-ci est pensée en termes d'équilibre en conjectures. Sont visées ici tout particulièrement l'hypothèse de connaissance commune des conjectures et l'hypothèse de l'*a priori* commun.

La condition de connaissance commune des conjectures est une condition extrêmement forte face à laquelle les auteurs ont tendance à répondre par une pirouette. Ainsi, Aumann et Brandenburger (1995 : 1 163) écrivent-ils que « *In the observation as well as the two results, the conditions are sufficient, not necessary. It is always possible for the players to blunder into a Nash equilibrium " by accident ", so to speak, without anybody knowing much of anything* ». La question des conditions nécessaires à la coordination sociale des choix individuels est alors laissée de côté. Et lorsqu'ils tentent de justifier cette hypothèse, qui selon eux « *is undoubtedly a strong assumption* » (*ibid.* : 1 176), en se référant à des contextes économiques dans lesquels chaque individu doit connaître les conjectures des autres et ainsi de suite, ils ne se convainquent pas eux-mêmes puisqu'ils concluent : « *No doubt, this story has his pros and cons; we don't want to make too much of it* » (*ibid.* : 1 176).

Jusqu'ici, il s'agit seulement de limites internes, liées aux réponses apportées rigoureusement quant aux conditions cognitives des équilibres stratégiques. La condition de l'*a priori* commun va nous conduire à faire ressortir une limite externe qui tient non plus aux réponses mais à la façon même de construire la question de la coordination sociale. En effet, la proposition 3 ci-dessous peut être

16. Dans cette voie de recherches interne aux jeux non coopératifs, nous devons mentionner l'apport remarquable de De Wolf (1998) qui, en étendant le concept de distribution d'équilibre corrélé objectif de Aumann (1987) au cas subjectif, ouvre de nouvelles possibilités qui sont encore largement à explorer.

vue comme une extension du « théorème de l'accord »[17] établi par Aumann (1976) dans le cadre classique de la théorie de la décision où les probabilités subjectives ne portent que sur les événements extérieurs. Dans ce cadre, Aumann montre que « deux agents, ayant la même distribution de probabilité *a priori*, aboutissent nécessairement à la même évaluation *a posteriori* de la probabilité d'un événement pour autant qu'ils se communiquent leurs évaluations respectives afin de les rendre connaissance commune » (Dupuy, 1989 : 379). L'une des clefs de ce raisonnement est bien l'hypothèse de l'*a priori* commun. Cette hypothèse, au cœur de « la doctrine d'Harsanyi », a toujours généré beaucoup de controverses. Toutefois, comme sa discussion par Aumann (1987 : 12-15) le montre, cette hypothèse permet seulement d'éviter que des « inconsistances conceptuelles » ne viennent polluer la question à résoudre. Et cette question à résoudre n'est autre que la coordination des choix individuels lorsque ces derniers s'appuient sur des informations différentes. Le modèle du système interactif de croyance appartient à la catégorie des modèles à différences d'information. Dans cette optique, l'hypothèse de l'*a priori* commun est assez naturelle puisqu'elle assure pour les individus que « *all differences between their probability assesments are due only to differences in their information* » (Aumann et Brandenburger, *op. cit.* : 1 163). Mais si elle est assez naturelle dans l'optique retenue, la difficulté qu'elle ne laisse pas de poser interroge alors cette optique elle-même.

L'hypothèse de l'*a priori* commun pose une difficulté liée à la nature même de l'interrogation relative à la coordination sociale et qui nous est indiquée, entre parenthèses, par Gérard-Varet (1995 : 484) : « Cette hypothèse traduit l'idée (philosophique) que des différences de croyances entre individus ne peuvent résulter que de différences d'informations »[18]. La limite, externe cette fois, de la théorie des jeux non coopératifs est donc de restreindre la question de la coordination sociale à une question de différences d'information. À l'intérieur de ce champ limité, elle construit certes une théorie dont le mérite est de mettre sur le devant de la scène le lien entre rationalité et croyance, mais dont la limite est d'identifier la notion de croyance à une attribution de probabilité. Il en résulte pour cette théorie une incapacité à envisager un autre lien entre rationalité et croyance qui, parce qu'il ne reposerait plus sur un calcul bayésien, ne mobiliserait plus des fondements cognitifs démesurés[19]. Mais que laisse cette théorie au dehors de son champ limité et dont, pourtant, l'intégration nous semble décisive pour établir une analyse de la coordination sociale? La dernière section tentera de répondre à cette question en éliminant d'abord quelques fausses pistes pour en venir, ensuite, à ce qui nous paraît essentiel en tant que fondement de la coordination sociale.

---

17. Ainsi qualifié par Geanakoplos (1992).

18. Plus généralement, cette hypothèse a fait l'objet d'une critique de Morris (1995) montrant l'impossibilité de lui trouver une justification légitime et elle continue de faire débat (*cf.* Gul, 1998 et Aumann, 1998).

19. Les fondements épistémiques des solutions dans les jeux non coopératifs ne font pas problème en raison seulement de leur démesure, mais également et peut-être essentiellement en raison de l'incompatibilité entre les axiomes de la rationalité bayésienne (dus initialement à Savage) sur lesquelles ces fondements reposent et la rationalité stratégique (*cf.* Mariotti, 1995).

5. Quels fondements pour la coordination sociale?

Le propos de cette cinquième et dernière section est de proposer de nouveaux fondements pour la coordination sociale qui soient plus économiques au niveau de leurs conditions épistémiques, sans pour autant tomber dans l'autre extrémité, représentée par la théorie des jeux évolutionnistes où les joueurs ont une rationalité cognitive nulle[20]. Pour cela, nous considérerons que la coordination sociale pose moins un problème d'information quant aux choix des autres qu'un problème de signification des choix dans un contexte social donné. Cette voie de recherche se distingue néanmoins de l'approche en termes de points focaux qui conduit à une fausse piste. À son point de départ, se rencontrent en fait les intuitions de Sugden (1993) dont nous proposons ici une modélisation sous la forme d'un nouveau type de jeu, les jeux à institution[21].

5.1 *Les points focaux : une fausse piste*

Afin de résoudre le problème de coordination dans les jeux appelés de pure coordination, caractérisés par l'existence de plusieurs équilibres entre lesquels les joueurs sont indifférents comme dans le jeu décrit par la figure 5, Schelling a proposé la notion de point focal en soutenant que certaines solutions aux problèmes de coordination ont « *some kind of prominence or conspicuousness which allows people to recognize them as point focals on which their expectations can converge* » (1960 : 54).

FIGURE 5

UN JEU DE PURE COORDINATION

		Joueur 2		
		Tour Eiffel	Place de la Concorde	...
	Tour Eiffel	1, 1	0, 0	0, 1
Joueur 1	Place de la Concorde	0, 0	1, 1	0, 0
	...	0, 0	0, 0	1, 1

20. Pour une présentation critique de cette voie de recherche, voir Walliser (1997).

21. Dans une première version de l'article, nous n'avions pas modélisé les intuitions de Sugden. Notre lecture des ouvrages de V. Descombes (1996), puis J. Searle (1995), bien qu'éloignés de la théorie des jeux, nous a acheminé vers ce modèle qui offre, selon nous, une base pour fonder enfin, en économie, une analyse institutionnaliste de la coordination sociale

Pour le jeu illustré par la figure 5, la coordination, qui requiert que deux personnes isolées dans Paris choisissent un même lieu parmi une liste de lieux afin de pouvoir se rencontrer, admet la Tour Eiffel pour point focal sur lequel les anticipations convergent de manière expérimentale. L'analyse des problèmes de coordination revient alors à trouver les raisons pour lesquels les joueurs choisissent les stratégies associées aux solutions « saillantes ». Lewis (1969) a proposé une explication de ces raisons que nous rapporterons en suivant l'analyse qu'en propose Sugden (1993). Dans sa lecture de Lewis, Sugden propose de qualifier de « saillante » une stratégie qui s'imprime sur la conscience de l'individu indépendamment du calcul des avantages qu'il y aurait à la choisir, et d'une manière qui fait qu'elle sera probablement choisie. Ainsi, si la question est de nommer une montagne, sachant que le joueur gagne si les réponses de tous les joueurs désignent la même montagne, l'impression dont il est question va amener l'individu à probablement répondre l'Everest. Sugden nomme la propriété de cette option, saillance du premier ordre. Une stratégie qui a cette propriété n'a pas de fondement rationnel, car il n'est rationnel de répondre Everest que si la question était de nommer la plus grande montagne du monde. On peut alors envisager la propriété de saillance d'ordre deux : un joueur joue une stratégie d'ordre deux lorsque cette stratégie est jouée parce que le joueur sait qu'elle est saillante d'ordre un et que chaque joueur croit que l'autre joue une stratégie ayant la propriété de saillance d'ordre un. Dans l'argument de Lewis, ce qui fait barrage à la régression infinie, c'est la référence, à un niveau quelconque de la chaîne du raisonnement, à un comportement non rationnel selon lequel le joueur qui n'a pas de raison de choisir une stratégie plutôt qu'une autre, choisira la stratégie qui s'est imprimée le plus souvent sur lui et qu'il mobilise presque par réflexe. Comme le souligne Sugden (*op. cit.* : 79), cette analyse revient à recourir à une explication en termes de rationalité limitée.

Selon Sugden, qui rapproche l'analyse de Lewis de celle de Keynes, Schelling s'oppose à ce type d'explication de la coordination qui fait intervenir un comportement irrationnel, fondé en dernier ressort sur aucune raison. Pour Schelling, la stratégie saillante est la stratégie issue du comportement qui revient à suivre la meilleure règle où la meilleure règle est la règle qui, si elle est suivie par les deux, donnera le meilleur résultat pour les deux. La meilleure règle dans le cas des jeux de pure coordination revient assez naturellement à adopter la stratégie qui a le caractère le plus unique. Ainsi, aux jeux de nommer un nombre, la stratégie saillante au sens où elle est sélectionnée par le comportement qui suit la meilleure règle correspond au nombre un, dans notre culture tout au moins. Mais, comme le remarque Sugden, cette solution de « suivre la meilleure règle » n'évite pas la régression à l'infini car elle ne vaut que si chacun anticipe que l'autre suive la meilleure règle, que si chacun anticipe que chacun anticipe que l'autre suive la meilleure règle, et ainsi de suite.

Au total, que le fondement soit sans raison ou suppose une régression à l'infini, la théorie du point focal échoue à expliquer le fondement des stratégies associées aux équilibres de coordination[22]. Toutefois, il est possible d'envisager autrement le comportement qui revient pour le joueur à suivre la meilleure règle. Pour cela, il suffit de se situer dans le contexte des jeux à institution que nous allons introduire par différence à la solution de Rousseau, qui est valable pour les jeux sans institution[23].

5.2 *La solution de Rousseau dans les jeux sans institution*

Repartons du jeu de la chasse au cerf afin d'en présenter deux nouvelles solutions. L'une qui se réfère directement au texte de Rousseau sera appelée la solution de Rousseau, l'autre qui renvoie au texte de Sugden sera appelée la solution de Sugden. Commençons ici par envisager la solution de Rousseau.

La référence à la chasse au cerf intervient au début de la seconde partie du *Discours sur l'origine de l'inégalité parmi les hommes,* lorsque Rousseau envisage comment l'homme, à partir de son état naturel dans lequel il est isolé des autres hommes, noue des premiers liens avec ceux-ci :

> « Instruit par l'expérience que l'amour du bien-être est le seul mobile des actions humaines, il se trouva en état de distinguer les occasions rares où l'intérêt commun devait le faire compter sur l'assistance de ses semblables, et celles plus rares encore où la concurrence devait le faire défier d'eux. Dans le premier cas, il s'unissait avec eux en troupeau, ou tout au plus par quelque association libre qui n'obligeait personne, et qui ne durait qu'autant que le besoin passager qui l'avait formée. Dans le second cas, chacun cherchait à prendre ses avantages, soit à force ouverte, s'il croyait le pouvoir, soit par adresse et subtilité, s'il se sentait le plus faible.
>
> Voilà comment les hommes purent insensiblement acquérir quelque idée grossière des engagements mutuels, et de l'avantage de les remplir, mais seulement autant que l'exigeait l'intérêt présent et sensible. S'agissait-il de prendre un cerf, chacun sentait bien qu'il devait pour cela garder fidèlement son poste; mais si un lièvre venait à passer à la portée de l'un d'eux, il ne faut pas douter qu'il ne le poursuivit sans scrupule, et qu'ayant atteint sa proie il ne se souciât fort peu de faire manquer la leur à ses compagnons. »

Ce texte est tout à fait remarquable par sa précision qui ne laisse aucun doute sur la nature non coopérative de l'état de nature où seuls des contrats non contraignants sont envisageables. De plus, ce texte indique la condition suffisante pour que l'équilibre du jeu soit l'issue ($L1$, $L2$, $L3$). En effet, il suffit de supposer qu'un lièvre passe devant chacun des trois chasseurs, pour que cette issue devienne

22. Pour le fondement sans raison, parce que le dernier mot est laissé à l'irrationnel; pour le fondement par un calcul avec régression à l'infini, parce qu'il nous ramène à des conditions cognitives extrêmement fortes.

23. Nous avons, dans Defalvard (1999), développé beaucoup plus longuement que nous ne pourrons le faire ici, la différence entre les contextes avec institutions et les contextes sans institution, approfondissant du même coup la nature et le sens des institutions dans notre approche.

l'équilibre du jeu puisque, selon Rousseau « si un lièvre venait à passer à la portée de l'un d'eux, il ne faut pas douter qu'il ne le poursuivit sans scrupule ». Si nous ajoutons cette information supplémentaire sur le passage certain d'un lièvre devant chaque poste, ce n'est pas seulement pour faire émerger la solution de Rousseau, c'est aussi pour indiquer que le jeu de la chasse au cerf de Rousseau ne pose pas un problème de confiance puisque, dans ce jeu et par définition, le niveau de la confiance est nul[24]. Ce n'est pas le degré de confiance qui fait problème pour Rousseau, mais l'incertitude (naturelle) exogène quant au passage d'un éventuel lièvre. Enfin, si nous sommes à l'état zéro de la confiance, c'est que, selon Rousseau, l'état isolé est un état défini avant toute institution, notamment celles du langage et de la famille, dans lequel « Il est aisé de comprendre qu'un pareil commerce n'exigeait pas un langage beaucoup plus raffiné que celui des corneilles ou des singes qui s'attroupent à peu près de même ». Pour notre part, ce que nous retiendrons de la solution de Rousseau, c'est que l'issue non coopérative du jeu ($L1$, $L2$, $L3$) survient lorsque la rencontre avec les autres est située *avant toute institution*. Très différemment, la solution coopérative de Sugden nous invite à considérer que la chasse au cerf est une chasse entre amis *thinking as a team*.

5.3 *La solution de Sugden dans les jeux à institution*

Afin de modéliser les intuitions de Sugden, nous allons reprendre le jeu de la chasse au cerf en laissant inchangées ses données physiques et cognitives (les actions, l'information quant au passage des lièvres) mais en considérant que les chasseurs jouent à une « chasse au cerf entre amis » qui définit le contexte institutionnel du jeu. Dans ce nouveau contexte, la solution de Sugden est l'issue coopérative du jeu ($C1$, $C2$, $C3$). Qu'est-ce qui a changé, par rapport à la situation dite de l'état de nature, qui justifie que cette issue soit le nouvel équilibre?

Si rien n'a changé dans la structure physique et cognitive du jeu, le nouveau contexte implique de modifier la « structure mentale » du jeu car c'est, selon nous, à ce niveau que se traduit la réalité de l'institution qu'est la chasse entre amis. Nous avons donc finalement un nouveau type de jeux, faisant partie de ce que nous proposons d'appeler des jeux à institution dont, dans l'exemple de la chasse au cerf, la forme normale est représentée par la figure 6 :

24. Pour une analyse récente de la coordination en termes de confiance, voir Schmidt (1997). Ce n'est que par une lecture désinvolte de Rousseau que son passage sur la chasse au cerf a pu devenir le paradigme du problème de la confiance chez les économistes comme dans Binmore (1994(1) : 120 et suivantes)

FIGURE 6

LA CHASSE AU CERF DANS UN JEU À INSTITUTION

	$C2/C1 \cap C3$	$L2$
$C1/C2 \cap C3$	(3, 3, 3)	(, 2,)
$L1$	(2, ,)	(2, 2,)
	$C3/C1 \cap C2$	$C3/C1 \cap C2$

	$C2/C1 \cap C3$	$L2$
$C1/C2 \cap C3$	(, , 2)	(, 2, 2)
$L1$	(2, , 2)	(2, 2, 2)
	$L3$	$L3$

Dans les jeux à institution, les actions d'un joueur sont conditionnées à celles des autres au sens où leur réalisation implique la réalisation d'actions complémentaires par les autres. Ainsi, la notation $C1/C2 \cap C3$ représente l'action de chasser le cerf du joueur 1 lorsqu'il chasse le cerf entre amis, ce qui implique que les joueurs 1 et 2 chassent également le cerf entre amis. Toutefois, dans ce jeu, l'action de chasser le lièvre reste une action individuelle séparée, non réglée par une institution de telle sorte que l'on est en présence d'un jeu mixte. La barre qui conditionne les actions représente, au niveau mental de chacun des joueurs, la réalité de l'institution. Ainsi, l'écriture formelle de l'action de chasser le cerf pour le joueur 1 dans l'institution « la chasse au cerf entre amis », avec $C1/C2 \cap C3$, permet de capturer les deux aspects des institutions dont Descombes (*op. cit.* : 296), se référant à Mauss, observe qu'elles « sont donc des manières d'agir autant que des manières de penser ». Enfin, dans les jeux à institution, la matrice des gains prend une forme particulière, contenant des vides qui interdisent de calculer formellement l'équilibre de Nash du jeu de même que ses nombreux raffinements. Ainsi, si on considère les gains associés à l'issue ($L1$, $L2$, $C3/C1 \cap C2$) du jeu, la situation du joueur 3 est celle d'un « vide institutionnel » car, chassant le cerf entre amis et étant le seul à le faire, il se retrouve dans une situation absurde, insensée. À l'inverse, si la structure mentale du jeu est celle d'une chasse au cerf entre amis, alors la solution du jeu sera bien l'issue ($C1/C2 \cap C3$, $C2/C1 \cap C3$, $C3/C1 \cap C2$).

Après avoir modélisé les intuitions de Sugden, nous comprenons mieux en quoi la solution qu'il propose est quelque peu différente de celle qui revient pour chaque joueur à suivre la meilleure règle. En effet, dans un jeu à institution, chaque joueur choisit l'action qui est la mieux adaptée étant donnée l'institution dans laquelle son action est définie, prend son sens. Une telle solution est d'ailleurs différente de celle où chaque joueur choisit la stratégie qui maximise le gain du groupe comme dans les jeux coopératifs où chaque agent raisonne du point de vue du groupe, en niant sa singularité[25], et où se retrouve le problème

25. Moulin a bien repéré ce *holisme* vulgaire de la théorie des jeux coopératifs qu'il accepte par ailleurs au prix d'un changement de mot : « Pour bien marquer la différence entre les " joueurs " des chapitres précédents et ceux du présent chapitre (qui ne disposent plus en fait d'aucune liberté stratégique) nous les appellerons désormais des agents » (*op. cit.* : 176).

d'un calcul basé sur une régression à l'infini puisque chaque joueur ne peut établir quelle est sa meilleure action sans prédire quelle action sera choisie par l'autre, sans prédire ce que l'autre prédira quant à son action, et ainsi de suite à l'infini. La solution dans les jeux à institution évite les affres de la régression à l'infini car si chacun des joueurs joue C à l'équilibre, ce n'est pas parce qu'il anticipe que les autres joueront C, qu'il anticipe que les autres anticiperont qu'il jouera C, et ainsi de suite à l'infini, mais parce que l'action C est la seule qui a pour lui un sens quand il chasse le cerf entre amis, lorsqu'il est doté de la structure mentale associée à l'institution « la chasse au cerf entre amis ». Notre modélisation de la coordination est également différente de celle proposée par les jeux non coopératifs à structure de coalition dans lesquels la coordination sociale est toujours fondée sur un calcul individuel dont les fondements cognitifs rencontrent les mêmes difficultés que celles exposées en 4. La solution, dans les jeux à institution, renvoie à des fondements différents des fondements de nature cognitive sur lesquels s'appuie encore la coalition stable et dont l'examen va nous amener à reconsidérer la notion de croyance jusqu'ici utilisée.

Si la stratégie d'équilibre d'un joueur dans un jeu à institution reste fondée sur une croyance de la part de l'individu, celle-ci ne revient plus à l'attribution d'une probabilité à un état du monde parmi un ensemble d'états. La croyance au fondement de son action est le dispositif qui l'amène à attribuer un sens à son action par rapport à un ensemble d'actions complémentaires par le jeu d'une institution. Ce sont des croyances de nature institutionnelle et non probabiliste. Pour donner une idée de la formation de ces croyances au fondement de la coordination dans les jeux à institution, reprenons le jeu ci-dessus et admettons que, parmi les trois amis, le joueur 3 soit un jeune ami qui est invité à sa première chasse au cerf entre amis. Catastrophe ! Alors que la solution prédite par notre modèle des jeux à institution est l'issue ($C1/C2 \cap C3$, $C2/C1 \cap C3$, $C3/C1 \cap C2$), la solution que l'on observe est l'issue ($C1/C2 \cap C3$, $C2/C1 \cap C3$, $L3$). En effet, le jeune ami ayant vu débouler un lièvre devant lui n'a pu s'empêcher, erreur de débutant, de lui courir après, comme par réflexe, faisant échouer la chasse au cerf entre amis et plaçant ses deux amis dans une situation absurde, insensée.

Classiquement, le comportement du joueur 3 est interprété comme celui d'un individu prudent ou encore opportuniste qui préfère un gain certain de deux à un gain probable (avec une probabilité de 1/8) de trois. Notre modèle permet de prendre en flagrant délit de réductionnisme une telle analyse. C'est, en effet, la réduction des actions individuelles à des actions isolées, « désinstitutionnalisées », qui rend possible cette analyse[26]. Différemment, notre modélisation conduit à une interprétation de la solution observée qui retrouve des résultats de psychologie sociale et expérimentale selon lesquels les enfants choisissent d'abord des actions

26. Formellement, ce réductionnisme revient à écrire les jeux à institution de manière classique, en ne tenant donc pas compte de la barre de conditionnement des actions individuelles de telle sorte qu'il n'y ait plus que des actions séparées.

autocentrées. C'est là « une des caractéristiques de la pensée préopératoire (qui) est l'ignorance des points de vue, que l'on a souvent qualifiée d'égocentrisme. » (Doise et Mugny, 1997 : 210). Une certaine sous-socialisation du jeune ami expliquerait le choix de son action. Une autre interprétation possible expliquerait la solution en termes de crise de l'institution qui ne ferait plus sens pour le joueur 3, n'ayant plus en commun certaines croyances.

Mais quoi qu'il en soit de l'interprétation des solutions observées, nous pouvons conclure que l'étude de la coordination sociale dans les jeux à institution renvoie, d'une part, à la structure institutionnelle des actions individuelles et, d'autre part, au système de croyances qui donnent leur sens aux actions et grâce auxquelles les actions adaptées à la structure de l'institution sont réalisées. Cette approche de la coordination sociale appartient à la tradition institutionnaliste en économie à laquelle elle apporte une première formalisation sous la forme d'un nouveau type de jeu, les jeux à institution. Elle est aussi proche de travaux comme ceux amorcés par Denzau et North (1994), qui insistent également sur la part des institutions et des croyances (*shared mental models*) dans la coordination sociale. Notamment, lorsque ces auteurs soulignent que la rationalité des actions individuelles est toujours à expliciter en référence aux institutions et aux croyances d'une société, dans la mesure où les croyances interviennent pour modeler l'interprétation à laquelle se livre l'individu afin d'agir rationnellement dans un contexte institutionnel donné. Ces matériaux ont en commun d'inciter à aborder la coordination sociale à travers l'interprétation que les acteurs font de leur contexte institutionnel d'actions. La modélisation proposée par ces auteurs recourent à un concept d'équilibre évolutionniste, connu sous le nom de *punctuated equilibrium*. Un examen plus attentif de ce concept d'équilibre, auquel s'est aussi récemment référé Aoki (1999), est alors nécessaire afin de savoir si celui-ci ne vient pas trahir la visée institutionnaliste de leur démarche. Une telle tâche constitue largement la matière d'une nouvelle recherche.

BIBLIOGRAPHIE

AOKI, M (1999), « The Subjective Game Form and Institutional Evolution as Punctuated Equilibrium », Working Paper, Stanford University.

AUMANN, R. (1987), « Correlated Equilibrium as an Expression of Bayesian Rationality », *Econometrica*, 55 : 1-18.

AUMANN, R. (1976), « Agreeing to Disagree », *Annals of Statistics*, 4 : 1 236-1 239.

AUMANN, R. (1998), « Common Priors: A Reply to Gul », *Econometrica*, 66 (4) : 929-938.

AUMANN, R. et A. BRANDENBURGER (1995), « Epistemic Conditions for Nash Equilibrium », *Econometrica*, 63 : 1 161-1 180.

BERNHEIM, D. (1986), « Axiomatic Characterizations of Rational Choice in Strategic Environnements », *Scandinavian Journal of Economics* : 473-488.

BINMORE, K. (1994), *Game Theory and the Social Contract*, Playing Fair, Vol. 1, Cambridge, The M.I.T. Press.

BRANDENBURGER, A. (1992), « Knowledge and Equilibrium in Games », *Journal of Economic Perspectives*, 6 : 83-101.

BRANDENBURGER, A. et E. DEKEL (1987), « Rationalizability and Correlated Equilibrium », *Econometrica*, 55 : 1 391-1 402.

BRANDENBURGER, A. et E. DEKEL (1993), « Hierarchies of Beliefs and Common Knowledge », *Journal of Economic Theory*, 59 : 189-198.

CODOGNATO, G. et J. GABSZEWICZ (1991), « Équilibres de Cournot-Walras dans une économie d'échange », *Revue économique*, 42 : 1 013-1 026.

DEBREU, G. (1959), *Theory of Value*, Wiley, New York.

DEBREU, G. et G. SCARF (1963), « A Limit Theorem on the Core of an Economy », *International Economic Review*, 4 : 235-246.

DEFALVARD, H. (1999), « Coordination, anticipations et croyances : la part des institutions », *Économie appliquée*, tome LII(3) : 7-39.

DENZAU, A. et D. NORTH (1994), « Shared Mental Models : Ideologies and Institutions », *Kyklos*, 47(1) : 3-31.

DESCOMBES, V. (1996), *Les institutions du sens*, Les Éditions de Minuit.

DE WOLF, O. (1998), « Fondements des concepts de solution en théorie des jeux », *Annales d'économie et de statistique*, 51 : 1-27.

DOISE, W. et G. MUGNY (1997), *Psychologie sociale et développement cognitif*, Armand Colin.

DUPUY, J.P. (1989), « Convention et Common Knowledge », *Revue économique*, 40 : 361-400.

GEANAKOPLOS, J. (1992), « Common Knowledge », *Journal of Economic Perspectives*, 6 (4) : 53-82.

GÉRARD-VARET, L.-A. (1995), « Quelques problèmes de la rationalité posés par la théorie des jeux », dans *Le modèle et l'enquête, op. cit.* : 479-526.

GUL, F. (1998), « A Comment on Aumann's Bayesian View », *Econometrica*, 66(4) : 923-927.

HAHN, F. (1986), « Théorie de l'équilibre général », dans *Crise et renouveau de la théorie économique*, BELL, D. et I. KRISTOL, Bonnel/Publisud, p. 209-232.

HARSANYI, J. (1967-1968), « Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players », parties I-III, *Management Science*, 8 : 159-182, 320-334, 486-502.

HARSANYI, J. (1973), « Games with Randomly Distrubed Payoffs : A New Rationale for Mixed-Strategy Equilibrium Points », *International Journal of Game Theory*, 2 : 1-23.

LEWIS, D. (1969), *Convention : A Philosophical Study*, Cambridge, Harvard University Press.

MARIOTTI, M. (1995), « Is Bayesian Rationality Compatible with Strategic Rationality? », *The Economic Journal*, 105 : 1 099-1 109.

MERTENS, J.F. et S. ZAMIR (1985), « Formulation of Bayesian Analysis for Games with Incomplete Information », *International Journal of Game Theory*, 14 : 1-29.

MORRIS, S. (1995), « The Common Prior Assumption in Economic Theory », *Economics and Philosophy*, 11 : 1-27.

MOULIN, H. (1981), *Théorie des jeux pour l'économie et la politique*, Paris, Hermann.

NASH, J. (1951), « Non-cooperative games », *Annals of Mathematics*, 54 : 289-295.

ROUSSEAU, J.J. (1755), *Discours sur l'origine de l'inégalité parmi les hommes*, repris *Du contrat social,* (1973), édition 10/18.

RUBINSTEIN, A. (1991), « Comments on the Interpretation of Game Theory », *Econometrica*, 59 : 909-924.

RULLIÈRE, J.L. et B. WALLISER (1995), « De la spécularité à la temporalité en théorie des jeux », *Revue d'économie politique*, 105 : 602-615.

SAVAGE, L. (1954), *The Foundations of Statistics*, New York, Wiley.

SCHAFFER, M. (1989), « Are Profit Maximizers the Best Survivors », *Journal of Economic Behavior and Organization*, 12 : 29-45.

SCHELLING, T. (1960), *The Strategy of Conflict*, Cambridge, Harvard University Press.

SCHMIDT, C. (1997), « Confiance et rationalité : sur quelques enseignements de la théorie des jeux », *Revue d'économie politique*, 107 : 184-203.

SEARLE, J. (1995), *The Construction of Social Reality*, Editions Free Press, New York.

STUART, H. (1997), « Common Belief of Rationality in the Finitely Repeated Prisoner' Dilemma », *Games and Economic Behavior*, 19 : 133-143.

SUGDEN, R. (1993), « Thinking as a Team : Towards an Explanation of Nonselfish Behavior », *Social Philosophy & Policy*, 10(1) : 69-89.

TAN, T. et S. WERLANG (1988), « The Bayesian Foudations of Solution Concepts of Games », *Journal of Economic Theory*, 45 : 370-391.

VEGA-REDONDO, F. (1997), « The Evolution of Walrasian Behavior », *Econometrica*, 65 : 375-384.

VON NEUMANN, J. et O. MORGENSTERN (1944), *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press.

WALLISER, B. (1997), « A Spectrum of Equilibration Processes in Game Theory », Mimeo Ceras-ENPC.